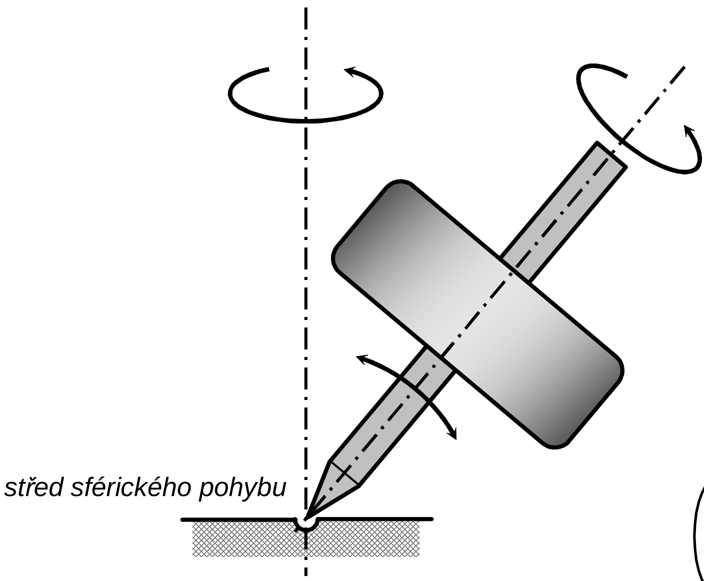
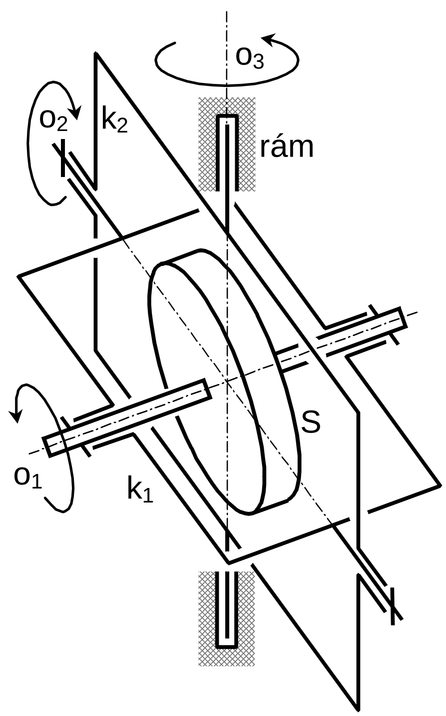
Sférický pohyb

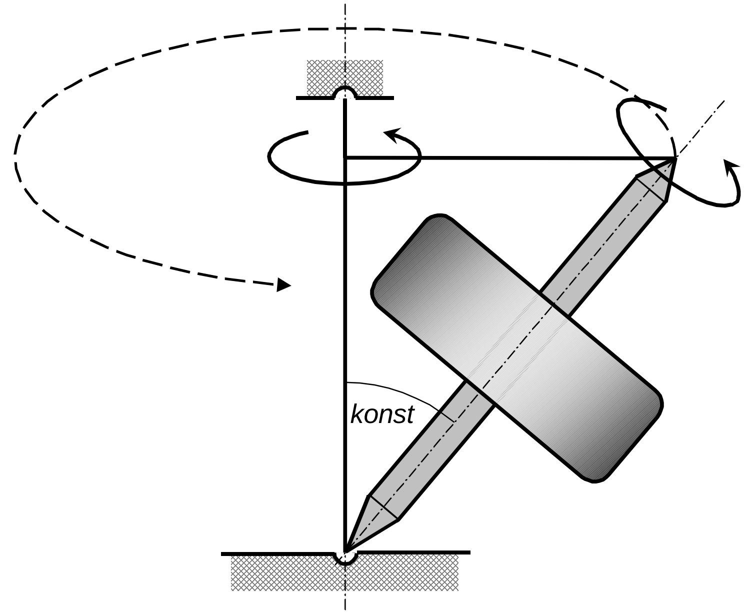
Při sférickém pohybu si jeden bod tělesa zachovává svou polohu.

Tento bod se nazývá „střed sférického pohybu“ nebo také „centrum sférického pohybu“.



sférický pohyb
se 3 stupni volnosti



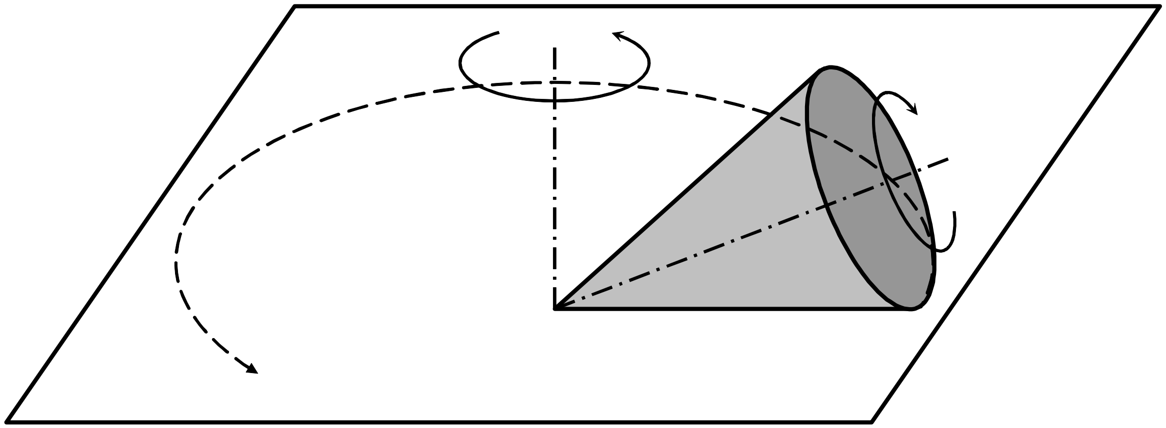


sférický pohyb
se 2 stupni volnosti

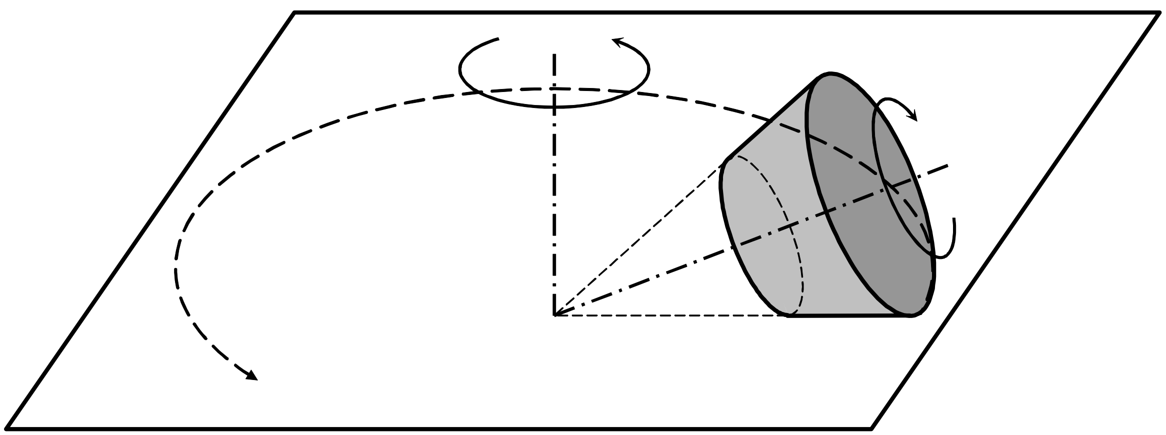
Sférický pohyb

Při sférickém pohybu si jeden bod tělesa zachovává svou polohu.

Tento bod se nazývá „střed sférického pohybu“ nebo také „centrum sférického pohybu“.



sférický pohyb
s 1 stupněm volnosti



Sférický pohyb

Základními kinematickými veličinami sférického pohybu jsou úhlová rychlost $\boldsymbol{\omega}$
a úhlové zrychlení $\boldsymbol{\varepsilon}$.

Při sférickém pohybu se mění nejen velikost ale i směr obou vektorů (jejich nositelky neustále procházejí středem sférického pohybu).

Vektor okamžité úhlové rychlosti $\boldsymbol{\omega}$ *určuje tzv. okamžitou osu rotace (procházející vždy středem sférického pohybu).*

Jakékoliv elementární přemístění tělesa při sférickém pohybu lze nahradit elementární rotací okolo okamžité osy rotace.

Sférický pohyb

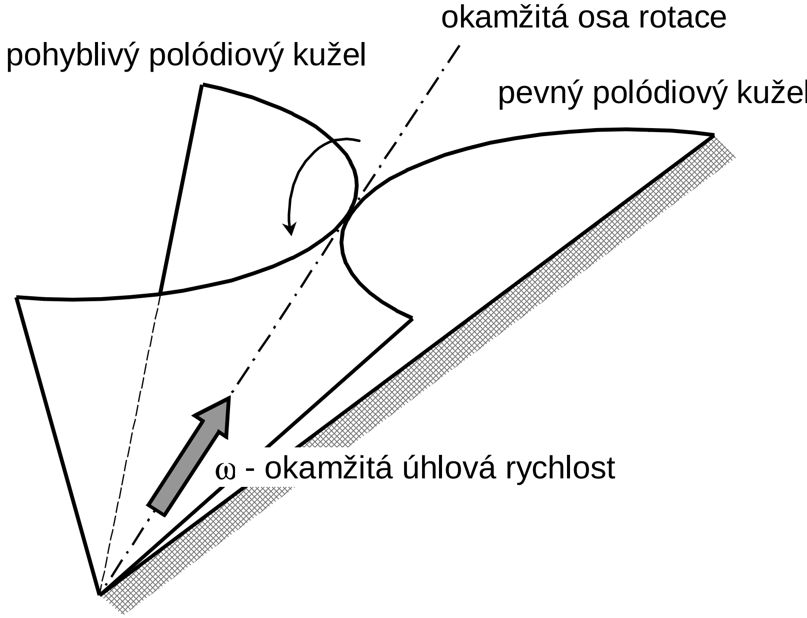
Základními kinematickými veličinami sférického pohybu jsou úhlová rychlost ω
a úhlové zrychlení ε.

Přímky, které byly, jsou nebo budou okamžitou osou rotace (všechny procházejí středem sférického pohybu) vytvářejí kuželovou plochu - polódiový kužel.

Okamžité osy rotace v pevném prostoru vytvářejí pevný polódiový kužel.

Okamžité osy rotace v tělesovém prostoru vytvářejí pohyblivý polódiový kužel.

Tyto polódiové kužele mají společnou dotykovou přímku okamžitou osu rotace v daném okamžiku (v přítomnosti).



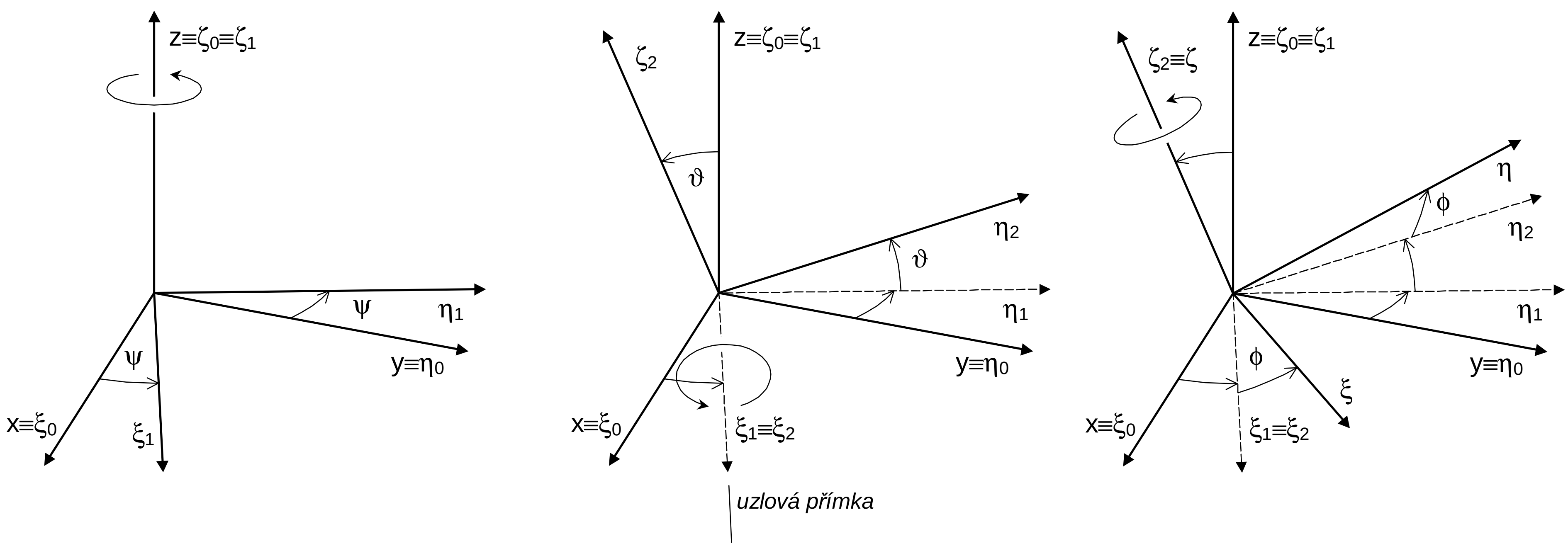
Sférický pohyb lze chápat jako valení pohyblivého polódiového kužele po polódiovém kuželi pevném.

Sférický pohyb

Eulerovy úhly pevný souřadný systém **xyz**, tělesový souřadný systém $\xi\eta\zeta$.

Oba souřadné systémy mají společný počátek ve středu sférického pohybu.

1. natočení o úhel precese ψ okolo osy **z**
2. natočení o úhel nutace ϑ okolo osy ξ_1 *(tato první mezipoloha tělesové osy ξ se nazývá uzlová přímka)*
3. natočení o úhel vlastní rotace ϕ okolo osy ζ



Sférický pohyb

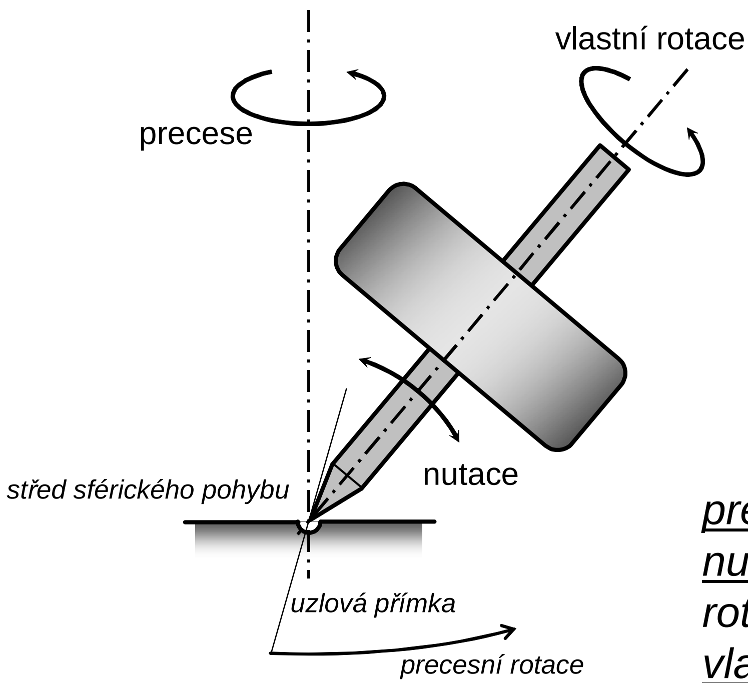
Aplikovaná mechanika, 6. přednáška

Eulerovy úhly pevný souřadný systém **xyz**, tělesový souřadný systém $\xi\eta\zeta$.

Oba souřadné systémy mají společný počátek ve středu sférického pohybu.

1. natočení o úhel precese ψ okolo osy **z**
2. natočení o úhel nutace ϑ okolo osy ξ_1 *(tato první mezipoloha tělesové osy ξ se nazývá uzlová přímka)*
3. natočení o úhel vlastní rotace ϕ okolo osy ζ

- precesní pohyb
- nutační pohyb
- vlastní rotace



precesní pohyb je unášivý, rotace okolo pevné osy;
nutační pohyb je relativní,
rotace okolo osy (uzlové přímky), konající precesní pohyb;
vlastní rotace je druhý relativní pohyb,
rotace okolo osy, konající precesní a nutační pohyb.

Sférický pohyb

Eulerovy úhly

pevný souřadný systém **xyz**, tělesový souřadný systém $\xi\eta\zeta$.

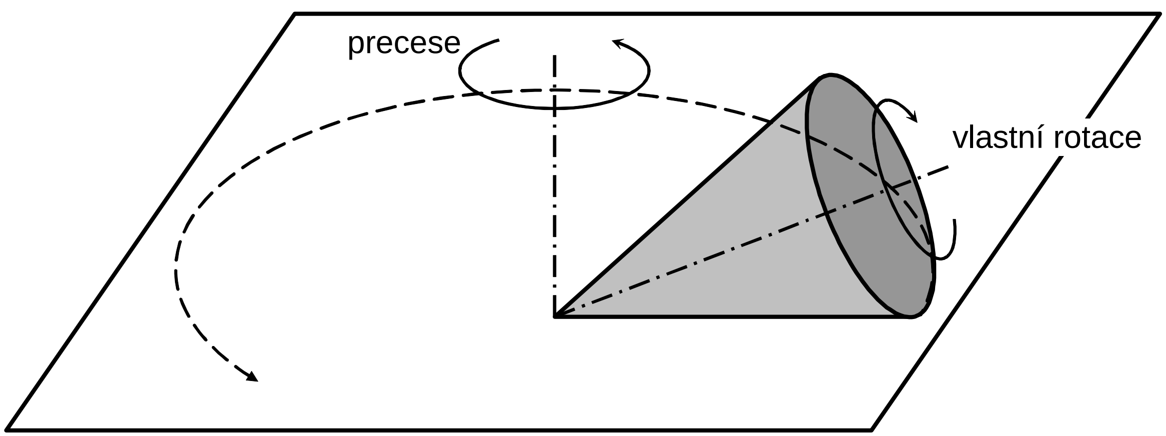
Oba souřadné systémy mají společný počátek ve středu sférického pohybu.

1. natočení o úhel precese ψ okolo osy **z**

2. natočení o úhel nutace ϑ okolo osy ξ_1 *(tato první mezipoloha tělesové osy ξ se nazývá uzlová přímka)*

3. natočení o úhel vlastní rotace ϕ okolo osy ζ

- precesní pohyb
- nutační pohyb
- vlastní rotace



precesní pohyb je unášivý, rotace okolo pevné osy;
nutační pohyb je relativní,
rotace okolo osy (uzlové přímky), konající precesní pohyb;
vlastní rotace je druhý relativní pohyb,
rotace okolo osy, konající precesní a nutační pohyb.

Sférický pohyb

Eulerovy kinematické rovnice

úhlová rychlost

$$\boxed{\begin{aligned} \omega_x &= \dot{\phi}\cdot \sin\vartheta \cdot \sin\psi + \dot{\vartheta}\cdot\cos\psi \\ \omega_y &= -\dot{\phi}\cdot \sin\vartheta \cdot \cos\psi + \dot{\vartheta}\cdot\sin\psi \\ \omega_z &= \dot{\phi}\cdot\cos\vartheta + \dot{\psi} \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \omega_\xi &= \dot{\psi}\cdot \sin\vartheta \cdot \sin\phi + \dot{\vartheta}\cdot\cos\phi \\ \omega_\eta &= \dot{\psi}\cdot \sin\vartheta \cdot \cos\phi - \dot{\vartheta}\cdot\sin\phi \\ \omega_\zeta &= \dot{\psi}\cdot\cos\vartheta + \dot{\phi} \end{aligned}}$$

$$|\vec{\omega}| = \sqrt{\omega_x{}^2 + \omega_y{}^2 + \omega_z{}^2} = \sqrt{\omega_\xi{}^2 + \omega_\eta{}^2 + \omega_\zeta{}^2} = \ldots = \sqrt{\dot{\psi}^2 + \dot{\vartheta}^2 + \dot{\phi}^2 + 2\cdot\dot{\psi}\cdot\dot{\phi}\cdot\cos\vartheta}$$

směrové úhly, směrové cosiny :

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{v} \qquad \cos\beta = \frac{v_y}{v} \qquad \cos\gamma = \frac{v_z}{v}$$

úhel vektoru od osy **x** *úhel vektoru od osy* **y** *úhel vektoru od osy* **z**

Sférický pohyb

Eulerovy kinematické rovnice

$$\omega_x = \dot{\phi} \cdot \sin\vartheta \cdot \sin\psi + \dot{\vartheta} \cdot \cos\psi$$
$$\omega_y = -\dot{\phi} \cdot \sin\vartheta \cdot \cos\psi + \dot{\vartheta} \cdot \sin\psi$$
$$\omega_z = \dot{\phi} \cdot \cos\vartheta + \dot{\psi}$$

úhlová rychlost

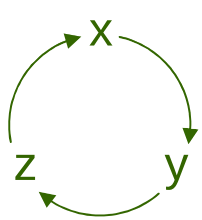
$$\omega_\xi = \dot{\psi} \cdot \sin\vartheta \cdot \sin\phi + \dot{\vartheta} \cdot \cos\phi$$
$$\omega_\eta = \dot{\psi} \cdot \sin\vartheta \cdot \cos\phi - \dot{\vartheta} \cdot \sin\phi$$
$$\omega_\zeta = \dot{\psi} \cdot \cos\vartheta + \dot{\phi}$$

$$|\vec{\omega}| = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} = \sqrt{\omega_\xi^2 + \omega_\eta^2 + \omega_\zeta^2} = \ldots = \sqrt{\dot{\psi}^2 + \dot{\vartheta}^2 + \dot{\phi}^2 + 2 \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \cos\vartheta}$$

obvodová rychlost

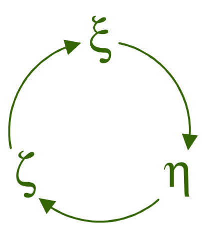
$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ x & y & z \end{vmatrix} = \underbrace{(\omega_y \cdot z - \omega_z \cdot y)}_{v_x = \omega_y \cdot z - \omega_z \cdot y} \cdot \vec{i} + \underbrace{(\omega_z \cdot x - \omega_x \cdot z)}_{v_y = \omega_z \cdot x - \omega_x \cdot z} \cdot \vec{j} + \underbrace{(\omega_x \cdot y - \omega_y \cdot x)}_{v_z = \omega_x \cdot y - \omega_y \cdot x} \cdot \vec{k}$$



cyklická záměna

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i}_t & \vec{j}_t & \vec{k}_t \\ \omega_\xi & \omega_\eta & \omega_\zeta \\ \xi & \eta & \zeta \end{vmatrix} = \underbrace{(\omega_\eta \cdot \zeta - \omega_\zeta \cdot \eta)}_{v_\xi = \omega_\eta \cdot \zeta - \omega_\zeta \cdot \eta} \cdot \vec{i}_t + \underbrace{(\omega_\zeta \cdot \xi - \omega_\xi \cdot \zeta)}_{v_\eta = \omega_\zeta \cdot \xi - \omega_\xi \cdot \zeta} \cdot \vec{j}_t + \underbrace{(\omega_\xi \cdot \eta - \omega_\eta \cdot \xi)}_{v_\zeta = \omega_\xi \cdot \eta - \omega_\eta \cdot \xi} \cdot \vec{k}_t$$



Sférický pohyb

úhlové zrychlení

v pevném souřadném systému **xyz**

$$\vec{\varepsilon} = \dot{\vec{\omega}} = \left(\omega_x \cdot \vec{i} + \omega_y \cdot \vec{j} + \omega_z \cdot \vec{k}\right)^{\bullet} = \dot{\omega}_x \cdot \vec{i} + \dot{\omega}_y \cdot \vec{j} + \dot{\omega}_z \cdot \vec{k}$$

$$\vec{\varepsilon} = \varepsilon_x \cdot \vec{i} + \varepsilon_y \cdot \vec{j} + \varepsilon_z \cdot \vec{k} \qquad \varepsilon_x = \dot{\omega}_x \qquad \varepsilon_y = \dot{\omega}_y \qquad \varepsilon_z = \dot{\omega}_z$$

$$\varepsilon_x = \ddot{\phi} \cdot \sin\vartheta \cdot \sin\psi + \dot{\phi} \cdot \dot{\vartheta} \cdot \cos\vartheta \cdot \sin\psi + \dot{\phi} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin\vartheta \cdot \cos\psi + \ddot{\vartheta} \cdot \cos\psi - \dot{\vartheta} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin\psi$$

$$\varepsilon_y = -\ddot{\phi} \cdot \sin\vartheta \cdot \cos\psi - \dot{\phi} \cdot \dot{\vartheta} \cdot \cos\vartheta \cdot \cos\psi + \dot{\phi} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin\vartheta \cdot \sin\psi + \ddot{\vartheta} \cdot \sin\psi + \dot{\vartheta} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos\psi$$

$$\varepsilon_z = \ddot{\phi} \cdot \cos\vartheta - \dot{\phi} \cdot \dot{\vartheta} \cdot \sin\vartheta + \ddot{\psi}$$

v tělesovém souřadném systému $\xi\eta\zeta$

$$\vec{\varepsilon} = \dot{\vec{\omega}} = \left(\omega_\xi \cdot \vec{i}_t + \omega_\eta \cdot \vec{j}_t + \omega_\zeta \cdot \vec{k}_t\right)^{\bullet} = \dot{\omega}_\xi \cdot \vec{i}_t + \omega_\xi \cdot \dot{\vec{i}}_t + \dot{\omega}_\eta \cdot \vec{j}_t + \omega_\eta \cdot \dot{\vec{j}}_t + \dot{\omega}_\zeta \cdot \vec{k}_t + \omega_\zeta \cdot \dot{\vec{k}}_t$$

$$\vec{\varepsilon} = \dot{\omega}_\xi \cdot \vec{i}_t + \dot{\omega}_\eta \cdot \vec{j}_t + \dot{\omega}_\zeta \cdot \vec{k}_t + \omega_\xi \cdot \dot{\vec{i}}_t + \omega_\eta \cdot \dot{\vec{j}}_t + \omega_\zeta \cdot \dot{\vec{k}}_t$$

$\vec{i}_t$ *polohový vektor bodu o souřadnicích* **{1,0,0}** $\quad \vec{j}_t$ **{0,1,0}** $\quad \vec{k}_t$ **{0,0,1}**

$$\dot{\vec{r}} = \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \qquad \dot{\vec{i}}_t = \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{i}_t \qquad \dot{\vec{j}}_t = \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{j}_t \qquad \dot{\vec{k}}_t = \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{k}_t$$

$$\omega_\xi \cdot \dot{\vec{i}}_t + \omega_\eta \cdot \dot{\vec{j}}_t + \omega_\zeta \cdot \dot{\vec{k}}_t = \omega_\xi \cdot \left(\vec{\omega} \times \vec{i}_t\right) + \omega_\eta \cdot \left(\vec{\omega} \times \vec{j}_t\right) + \omega_\zeta \cdot \left(\vec{\omega} \times \vec{k}_t\right) =$$

$$= \vec{\omega} \times \left(\omega_\xi \cdot \vec{i}_t + \omega_\eta \cdot \vec{j}_t + \omega_\zeta \cdot \vec{k}_t\right) = \vec{\omega} \times \vec{\omega} = \vec{0}$$

Sférický pohyb

úhlové zrychlení

v pevném souřadném systému **xyz**

$$\vec{\varepsilon} = \dot{\vec{\omega}} = \left(\omega_x \cdot \vec{i} + \omega_y \cdot \vec{j} + \omega_z \cdot \vec{k}\right)^{\bullet} = \dot{\omega}_x \cdot \vec{i} + \dot{\omega}_y \cdot \vec{j} + \dot{\omega}_z \cdot \vec{k}$$

$$\vec{\varepsilon} = \varepsilon_x \cdot \vec{i} + \varepsilon_y \cdot \vec{j} + \varepsilon_z \cdot \vec{k} \qquad \varepsilon_x = \dot{\omega}_x \qquad \varepsilon_y = \dot{\omega}_y \qquad \varepsilon_z = \dot{\omega}_z$$

$$\varepsilon_x = \ddot{\phi} \cdot \sin\vartheta \cdot \sin\psi + \dot{\phi} \cdot \dot{\vartheta} \cdot \cos\vartheta \cdot \sin\psi + \dot{\phi} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin\vartheta \cdot \cos\psi + \ddot{\vartheta} \cdot \cos\psi - \dot{\vartheta} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin\psi$$

$$\varepsilon_y = -\ddot{\phi} \cdot \sin\vartheta \cdot \cos\psi - \dot{\phi} \cdot \dot{\vartheta} \cdot \cos\vartheta \cdot \cos\psi + \dot{\phi} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin\vartheta \cdot \sin\psi + \ddot{\vartheta} \cdot \sin\psi + \dot{\vartheta} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos\psi$$

$$\varepsilon_z = \ddot{\phi} \cdot \cos\vartheta - \dot{\phi} \cdot \dot{\vartheta} \cdot \sin\vartheta + \ddot{\psi}$$

v tělesovém souřadném systému ξηζ

$$\vec{\varepsilon} = \dot{\vec{\omega}} = \left(\omega_\xi \cdot \vec{i}_t + \omega_\eta \cdot \vec{j}_t + \omega_\zeta \cdot \vec{k}_t\right)^{\bullet} = \dot{\omega}_\xi \cdot \vec{i}_t + \omega_\xi \cdot \dot{\vec{i}}_t + \dot{\omega}_\eta \cdot \vec{j}_t + \omega_\eta \cdot \dot{\vec{j}}_t + \dot{\omega}_\zeta \cdot \vec{k}_t + \omega_\zeta \cdot \dot{\vec{k}}_t$$

$$\vec{\varepsilon} = \varepsilon_\xi \cdot \vec{i}_t + \varepsilon_\eta \cdot \vec{j}_t + \varepsilon_\zeta \cdot \vec{k}_t \qquad \varepsilon_\xi = \dot{\omega}_\xi \qquad \varepsilon_\eta = \dot{\omega}_\eta \qquad \varepsilon_\zeta = \dot{\omega}_\zeta$$

$$\varepsilon_\xi = \ddot{\psi} \cdot \sin\vartheta \cdot \sin\phi + \dot{\psi} \cdot \dot{\vartheta} \cdot \cos\vartheta \cdot \sin\phi + \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin\vartheta \cdot \cos\phi + \ddot{\vartheta} \cdot \cos\phi - \dot{\vartheta} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin\phi$$

$$\varepsilon_\eta = \ddot{\psi} \cdot \sin\vartheta \cdot \cos\phi + \dot{\psi} \cdot \dot{\vartheta} \cdot \cos\vartheta \cdot \cos\phi - \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin\vartheta \cdot \sin\phi - \ddot{\vartheta} \cdot \sin\phi - \dot{\vartheta} \cdot \dot{\phi} \cdot \cos\phi$$

$$\varepsilon_\zeta = \ddot{\psi} \cdot \cos\vartheta - \dot{\psi} \cdot \dot{\vartheta} \cdot \sin\vartheta + \ddot{\phi}$$

Sférický pohyb

zrychlení

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right)^{\bullet} = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \dot{\vec{r}} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$\vec{\varepsilon} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z \\ x & y & z \end{vmatrix} = \underbrace{\left(\varepsilon_y \cdot z - \varepsilon_z \cdot y\right)}_{a_x = \varepsilon_y \cdot z - \varepsilon_z \cdot y} \cdot \vec{i} + \underbrace{\left(\varepsilon_z \cdot x - \varepsilon_x \cdot z\right)}_{a_y = \varepsilon_z \cdot x - \varepsilon_x \cdot z} \cdot \vec{j} + \underbrace{\left(\varepsilon_x \cdot y - \varepsilon_y \cdot x\right)}_{a_z = \varepsilon_x \cdot y - \varepsilon_y \cdot x} \cdot \vec{k}$$

$$\vec{\omega} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = \underbrace{\left(\omega_y \cdot v_z - \omega_z \cdot v_y\right)}_{a_x = \omega_y \cdot v_z - \omega_z \cdot v_y} \cdot \vec{i} + \underbrace{\left(\omega_z \cdot v_x - \omega_x \cdot v_z\right)}_{a_y = \omega_z \cdot v_x - \omega_x \cdot v_z} \cdot \vec{j} + \underbrace{\left(\omega_x \cdot v_y - \omega_y \cdot v_x\right)}_{a_z = \omega_x \cdot v_y - \omega_y \cdot v_x} \cdot \vec{k}$$

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$$

$$a_x = \varepsilon_y \cdot z - \varepsilon_z \cdot y + \omega_y \cdot v_z - \omega_z \cdot v_y$$

$$a_y = \varepsilon_z \cdot x - \varepsilon_x \cdot z + \omega_z \cdot v_x - \omega_x \cdot v_z$$

$$a_z = \varepsilon_x \cdot y - \varepsilon_y \cdot x + \omega_x \cdot v_y - \omega_y \cdot v_x$$

Sférický pohyb

zrychlení

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right)^{\bullet} = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \dot{\vec{r}} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$\vec{\varepsilon} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i}_t & \vec{j}_t & \vec{k}_t \\ \varepsilon_\xi & \varepsilon_\eta & \varepsilon_\zeta \\ \xi & \eta & \zeta \end{vmatrix} = \underbrace{\left(\varepsilon_\eta \cdot \zeta - \varepsilon_\zeta \cdot \eta\right)}_{a_\xi = \varepsilon_\eta \cdot \zeta - \varepsilon_\zeta \cdot \eta} \cdot \vec{i}_t + \underbrace{\left(\varepsilon_\zeta \cdot \xi - \varepsilon_\xi \cdot \zeta\right)}_{a_\eta = \varepsilon_\zeta \cdot \xi - \varepsilon_\xi \cdot \zeta} \cdot \vec{j}_t + \underbrace{\left(\varepsilon_\xi \cdot \eta - \varepsilon_\eta \cdot \xi\right)}_{a_\zeta = \varepsilon_\xi \cdot \eta - \varepsilon_\eta \cdot \xi} \cdot \vec{k}_t$$

$$\vec{\omega} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i}_t & \vec{j}_t & \vec{k}_t \\ \omega_\xi & \omega_\eta & \omega_\zeta \\ v_\xi & v_\eta & v_\zeta \end{vmatrix} = \underbrace{\left(\omega_\eta \cdot v_\zeta - \omega_\zeta \cdot v_\eta\right)}_{a_\xi = \omega_\eta \cdot v_\zeta - \omega_\zeta \cdot v_\eta} \cdot \vec{i}_t + \underbrace{\left(\omega_\zeta \cdot v_\xi - \omega_\xi \cdot v_\zeta\right)}_{a_\eta = \omega_\zeta \cdot v_\xi - \omega_\xi \cdot v_\zeta} \cdot \vec{j}_t + \underbrace{\left(\omega_\xi \cdot v_\eta - \omega_\eta \cdot v_\xi\right)}_{a_\zeta = \omega_\xi \cdot v_\eta - \omega_\eta \cdot v_\xi} \cdot \vec{k}_t$$

$$\vec{a} = a_\xi \cdot \vec{i}_t + a_\eta \cdot \vec{j}_t + a_\zeta \cdot \vec{k}_t$$

$$a_\xi = \varepsilon_\eta \cdot \zeta - \varepsilon_\zeta \cdot \eta + \omega_\eta \cdot v_\zeta - \omega_\zeta \cdot v_\eta$$

$$a_\eta = \varepsilon_\zeta \cdot \xi - \varepsilon_\xi \cdot \zeta + \omega_\zeta \cdot v_\xi - \omega_\xi \cdot v_\zeta$$

$$a_\zeta = \varepsilon_\xi \cdot \eta - \varepsilon_\eta \cdot \xi + \omega_\xi \cdot v_\eta - \omega_\eta \cdot v_\xi$$

Sférický pohyb - dynamika

Eulerovy pohybové rovnice

$$\boxed{\begin{aligned} I_\xi \cdot \varepsilon_\xi + \omega_\eta \cdot \omega_\zeta \cdot (I_\zeta - I_\eta) &= \sum M_{\xi\_i} \\ I_\eta \cdot \varepsilon_\eta + \omega_\zeta \cdot \omega_\xi \cdot (I_\xi - I_\zeta) &= \sum M_{\eta\_i} \\ I_\zeta \cdot \varepsilon_\zeta + \omega_\xi \cdot \omega_\eta \cdot (I_\eta - I_\xi) &= \sum M_{\zeta\_i} \end{aligned}}$$

kinetická energie

$$E_K = \tfrac{1}{2} \cdot I_\xi \cdot \omega_\xi^{\;2} + \tfrac{1}{2} \cdot I_\eta \cdot \omega_\eta^{\;2} +$$
$$+ \tfrac{1}{2} \cdot I_\zeta \cdot \omega_\zeta^{\;2} - D_{\xi\eta} \cdot \omega_\xi \cdot \omega_\eta -$$
$$- D_{\xi\zeta} \cdot \omega_\xi \cdot \omega_\zeta - D_{\eta\zeta} \cdot \omega_\eta \cdot \omega_\zeta$$

doplňkové účinky

$$D_\xi = -m \cdot a_{T\xi}$$
$$D_\eta = -m \cdot a_{T\eta}$$
$$D_\zeta = -m \cdot a_{T\zeta}$$

$$M_{D\_\xi} = -\left[I_\xi \cdot \varepsilon_\xi + \omega_\eta \cdot \omega_\zeta \cdot (I_\zeta - I_\eta)\right]$$
$$M_{D\_\eta} = -\left[I_\eta \cdot \varepsilon_\eta + \omega_\zeta \cdot \omega_\xi \cdot (I_\xi - I_\zeta)\right]$$
$$M_{D\_\zeta} = -\left[I_\zeta \cdot \varepsilon_\zeta + \omega_\xi \cdot \omega_\eta \cdot (I_\eta - I_\xi)\right]$$

d'Alembertův princip

$$\boxed{\begin{aligned} \sum F_{\xi\_i} + D_\xi &= 0 \\ \sum F_{\eta\_i} + D_\eta &= 0 \\ \sum F_{\zeta\_i} + D_\zeta &= 0 \end{aligned}} \Rightarrow \begin{aligned} R_\xi &= ? \\ R_\eta &= ? \\ R_\zeta &= ? \end{aligned}$$

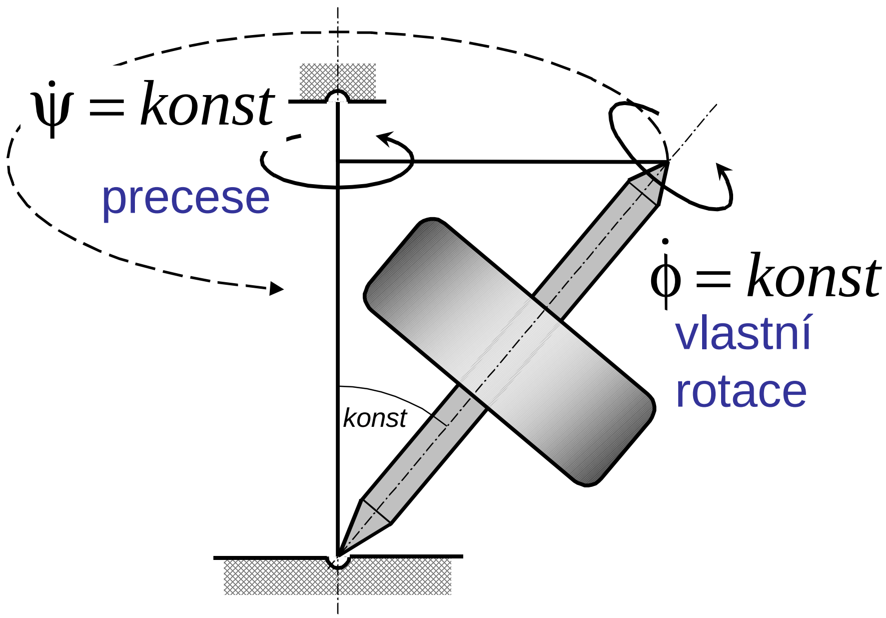
$$\boxed{\begin{aligned} \sum M_{\xi\_i} + M_{D\_\xi} &= 0 \\ \sum M_{\eta\_i} + M_{D\_\eta} &= 0 \\ \sum M_{\zeta\_i} + M_{D\_\zeta} &= 0 \end{aligned}}$$

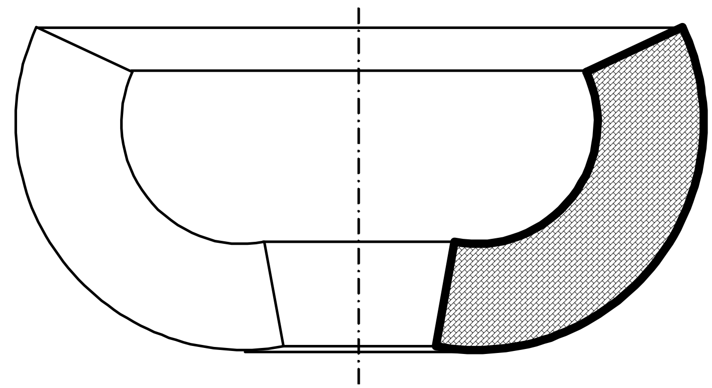
Eulerovy pohybové rovnice

Sférický pohyb - dynamika

Dvě rovnoměrné rotace okolo dvou různoběžných os, jejichž úhel je konstantní.

Těleso je rotačně symetrické, osa rotační symetrie je totožná s osou vlastní rotace.





nutační pohyb
nenastává

$\vartheta = konst$

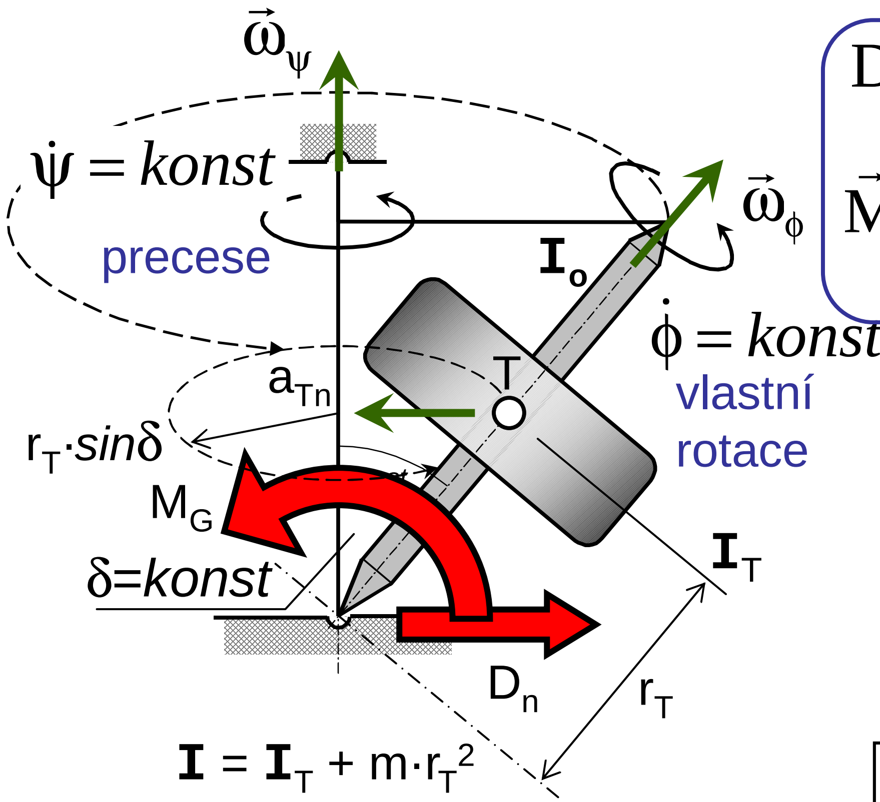
$\dot{\vartheta} = 0$

rotačně symetrické těleso (prostorové) vznikne rotací plošného tvořícího útvaru okolo osy, ležící v rovině útvaru

Sférický pohyb - dynamika

Dvě rovnoměrné rotace okolo dvou různoběžných os, jejichž úhel je konstantní.

Těleso je rotačně symetrické, osa rotační symetrie je totožná s osou vlastní rotace.



$$D_n = m \cdot a_{Tn} = m \cdot \omega_\psi^{\;2} \cdot r_T \cdot sin\,\delta$$

$$\vec{M}_G = \left[I_o + (I_o - I) \cdot \frac{\omega_\psi}{\omega_\phi} \cdot cos\,\delta \right] \cdot \vec{\omega}_\phi \times \vec{\omega}_\psi$$

$$\vec{M}_G = I_o \cdot \vec{\omega}_\phi \times \vec{\omega}_\psi$$

a) $\mathbf{I}_O = \mathbf{I}$

b) $\delta = 90^o$

c) $\omega_\psi << \omega_\phi$

$$\left| \vec{\omega}_\phi \times \vec{\omega}_\psi \right| = \omega_\phi \cdot \omega_\psi \cdot sin\,\delta$$

$$M_G = \left[I_o + (I_o - I) \cdot \frac{\omega_\psi}{\omega_\phi} \cdot cos\,\delta \right] \cdot \omega_\phi \cdot \omega_\psi \cdot sin\,\delta$$

kinetická energie

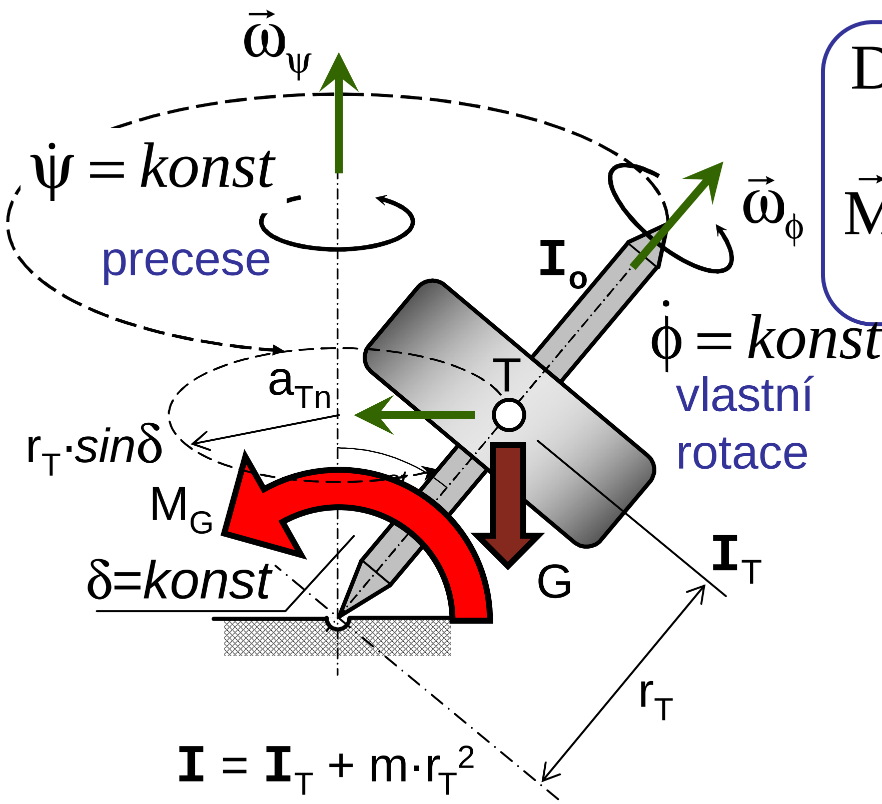
$$E_K = \frac{1}{2} \cdot \left[I \cdot \omega_\psi^{\;2} \cdot sin^2\,\delta + I_o \cdot (\omega_\psi \cdot cos\,\delta + \omega_\phi)^2 \right]$$

$$M_G = I_o \cdot \omega_\phi \cdot \omega_\psi \cdot sin\,\delta$$

Sférický pohyb - dynamika

Dvě rovnoměrné rotace okolo dvou různoběžných os, jejichž úhel je konstantní.

Těleso je rotačně symetrické, osa rotační symetrie je totožná s osou vlastní rotace.



$$D_n = m \cdot a_{Tn} = m \cdot \omega_\psi^2 \cdot r_T \cdot sin\,\delta$$

$$\vec{M}_G = \left[I_o + (I_o - I) \cdot \frac{\omega_\psi}{\omega_\phi} \cdot cos\,\delta \right] \cdot \vec{\omega}_\phi \times \vec{\omega}_\psi$$

$$G \cdot r_T \cdot sin\,\delta = M_G$$

$$G \cdot r_T \cdot sin\,\delta =$$

$$= \left[I_o + (I_o - I) \cdot \frac{\omega_\psi}{\omega_\phi} \cdot cos\,\delta \right] \cdot \omega_\phi \cdot \omega_\psi \cdot sin\,\delta$$

$$G \cdot r_T = \left[I_o + (I_o - I) \cdot \frac{\omega_\psi}{\omega_\phi} \cdot cos\,\delta \right] \cdot \omega_\phi \cdot \omega_\psi$$