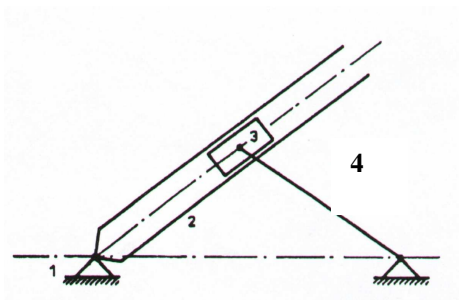


## 4 KINEMATIKA SLOŽENÝCH POHYBŮ

### Rozklad složeného pohybu

Řešíme-li *absolutní* pohyb tělesa 3 vzhledem k rámu, můžeme jej považovat za složený ze dvou současných pohybů. Pohybu *relativního*, kterým rozumíme pohyb tělesa 3 vzhledem ke kulise 2 a pohybu *unášivého*, kterým rozumíme rotační pohyb kulisy se zdánlivě spojeným tělesem 3 s kulisou 2. Celá situace je znázorněna na obr. 4.1 a 4.2.

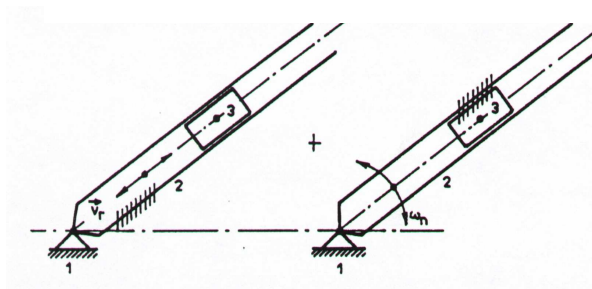
Lze napsat symbolickou rovnici:  $31 = 32 + 21$  (4.1)



obr 4.1

relativní pohyb

unášivý pohyb



obr 4.2

absolutní = relativní + unášivý

Jestliže má soustava více členů pak provádíme rozklad

$$mn = mp + pn \quad (4.6)$$

kde  $p$  je člen vložený mezi členy  $m$  a  $n$ . Obvykle vyšetřujeme pohyb těles vzhledem na rám. V tomto případě má rovnici (4.6) tvar

$$ml = mp + pl \quad (4.7a)$$

Pro rychlost bodu  $B$  tělesa konajícího složený pohyb platí

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{31}^B &= \mathbf{v}_{32}^B + \mathbf{v}_{21}^B \\ \mathbf{v}_a^B &= \mathbf{v}_r^B + \mathbf{v}_u^B \end{aligned} \quad (4.8)$$

kde  $\mathbf{v}_{31}^B = \mathbf{v}_a^B$  je rychlost absolutní tj. rychlost bodu  $B$  vztažená na rám,  $\mathbf{v}_{32}^B = \mathbf{v}_r^B$  je rychlost relativní tj. rychlost bodu  $B$  tělesa 3 vůči jakoby nehybnému tělesu 2 a  $\mathbf{v}_{21}^B = \mathbf{v}_u^B$  je rychlost unášivá tj. bod  $B$  chápeme jakoby byl bodem tělesa 2.

Pro zrychlení bodu  $B$  tělesa konajícího složený pohyb platí

$$\mathbf{a}_{31}^B = \mathbf{a}_{32}^B + \mathbf{a}_{21}^B + \mathbf{a}_c^B \quad (4.10b)$$

kde  $\mathbf{a}_c^B$  je zrychlení Coriolisovo

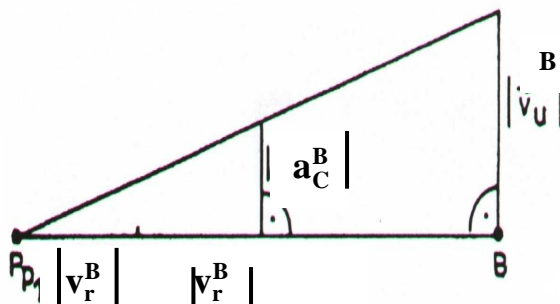
$$\mathbf{a}_c^B = 2(\boldsymbol{\omega}_u \times \mathbf{v}_r^B) \quad (4.9)$$

*Grafická konstrukce Coriolisova zrychlení.* Vzhledem k tomu, že při rovinném pohybu je vektor relativní rychlosti kolmý na vektor úhlové rychlosti pohybu unášivého, můžeme pro velikost  $a_C^B$  psát

$$a_C^B = 2\omega_u v_r^B \quad (4.11)$$

Z obr. 4.4 je pak  
konstrukce  
z rychlostí  $v_u$  a  $v_r$

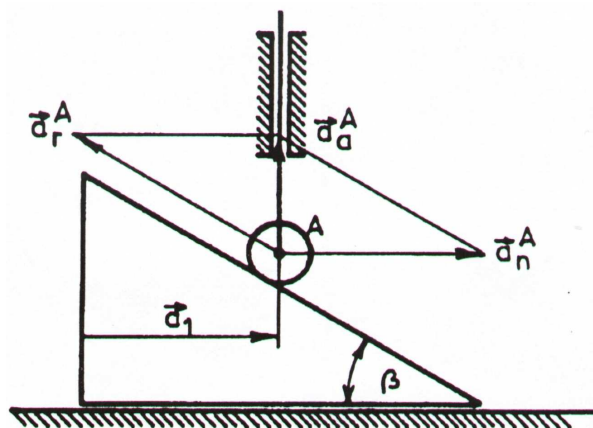
zřejmá možnost  
velikosti zrychlení  $a_C$



Obr. 4.4

Vektor Coriolisova zrychlení pak vynášíme z bodu  $B$ , jeho orientaci určíme podle pravidla pravé ruky z rovnice (4.9).

**Příklad 4.1.** Klín mechanismu a kladičkou A se horizontálně pohybuje zrychlením  $\mathbf{a}_1$  -viz obr. 4.5. Určete zrychlení zvedátka A. Úhel klínu je  $\beta$ .



obr. 4.5

*Řešení:* Zvedátko koná pohyb translační tj. pro určení stačí vyřešit kinematiku středu kladičky, která je zároveň bodem kladičky (jejího středu). I když to není specifikováno, zrychlení zvedátka je pochopitelně myšleno vzhledem k rámu. Protože unášivý pohyb bodu A je určen posuvným přímočarým pohybem klínu tj.  $\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_u^A$ , nevznikne Coriolisovo zrychlení. Proto zrychlení pro zrychlení středu kladičky A platí

$$\mathbf{a}_a^A = \mathbf{a}_u^A + \mathbf{a}_r^A \quad (a)$$

Relativní pohyb bodu A je podél klínu tj. je také přímočarý. Grafické řešení rovnice (a) tedy můžeme znázornit pomocí vektorového mnohoúhelníku. Viz obr. 4.5. Z obrázku také plyne, že zrychlení zvedátka vůči rámu je

$$a_a^A = a_1 \tan \beta \quad (b)$$

### Současné rotace okolo dvou rovnoběžných os

Výsledná úhlová rychlost vzhledem k rámu

$$\omega_{31} = \omega_{32} + \omega_{21} \quad (4.14)$$

Výsledné úhlové zrychlení vzhledem k rámu

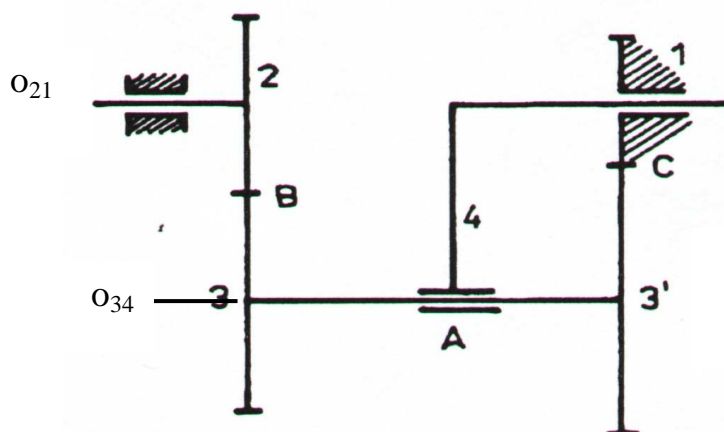
$$\alpha_{31} = \alpha_{32} + \alpha_{21} \quad (4.15)$$

$$\mathbf{v}_{31}^B = \mathbf{v}_{32}^B + \mathbf{v}_{21}^B = \omega_{32} \times \mathbf{r}^B + \omega_{21} \times \mathbf{r}^B \quad (4.16)$$

Pro zjištění rychlosti  $\mathbf{v}_{31}^B$  bychom také mohli použít hodnoty  $\omega_{31}$ , ale v tomto případě bychom museli najít pól absolutního pohybu  $P_{31}$ . Pak by platilo  $\mathbf{v}_{31}^B = \omega_{31} \times \mathbf{P}_{31}B$ .

**Příklad 4.2.** Určete převod planetárního reduktoru, který je tvořen ozubenými koly 1, 2, 3, 3' a unašečem 4. Poloměry základních kružnic jsou  $r_1, r_2, r_3, r_3', r_4$ . Viz obr. 4.11.

*Řešení:* Orientaci hnací úhlové rychlosti  $\omega_{21}$  položíme souhlasně kolineární s osou  $x$  tj. zleva doprava. Stejnou orientaci budeme předpokládat i pro vypočítávané úhlové rychlosti  $\omega_{41}$ . Najdeme body záběru, to je v našem případě body  $B$  a  $C$ . Pak pro každý z těchto bodů dáme do rovnosti obvodové rychlosti z obou stran záběru. Pro obvodovou rychlost kola konajícího složený pohyb provedeme jeho rozklad. Platí:



Obr. 4.7

$$\mathbf{v}_{31}^B = \mathbf{v}_{32}^B + \mathbf{v}_{21}^B \quad (4.18a)$$

Vzhledem k tomu, že  $v_{32}^B = 0$  (relativní rychlost kol 3 a 2 v bodě  $B$  je nulová, jinak by docházelo k trhání ozubení), pro bod  $B$  kola 2 soukolí podle obr. 4.7 pak platí

$$\mathbf{v}_{21}^B = \mathbf{v}_{31}^B = \mathbf{v}_{34}^B + \mathbf{v}_{41}^B \quad (4.18b)$$

Pohyb 34 je rotace kola 3 kolem „znehýbnělého“ unašeče 4, pro tuto rotaci musíme zavést další neznámou  $\omega_{34}$  s tím, že orientaci této rotace budeme předpokládat opět zleva doprava.

Vektorovou rovnici (4.18b) napíšeme ve složkách do osy  $z$  s tím, že znaménka přiřazujeme podle pravidla pravé ruky, velikosti rychlostí zjistíme vynásobením úhlových rychlostí příslušnými poloměry. Např. bod  $B$  leží pod osou  $o_{21}$ , rychlost  $\mathbf{v}_{21}^B$  tedy směřuje do nákresny, proto jí přisoudíme znaménko (-). Rychlost  $\mathbf{v}_{41}^B$  směřuje také do nákresny, rychlost  $\mathbf{v}_{34}^B$  směřuje ven z nákresny (bod  $B$  je nad osou  $o_{34}$ ).

$$-\omega_{21}r_2 = \omega_{34}r_3 - \omega_{41}r_2 \quad (4.18c)$$

Podobně pro bod  $C$  platí

$$\mathbf{v}_{11}^C = \mathbf{v}_{3'1}^C = \mathbf{v}_{3'4}^C + \mathbf{v}_{41}^C \quad (4.19a)$$

Vyjádříme-li obvodové rychlosti pomocí úhlových rychlostí, pak dostáváme

$$0 = \omega_{3'4}r_3 - \omega_{41}r \quad (4.19b)$$

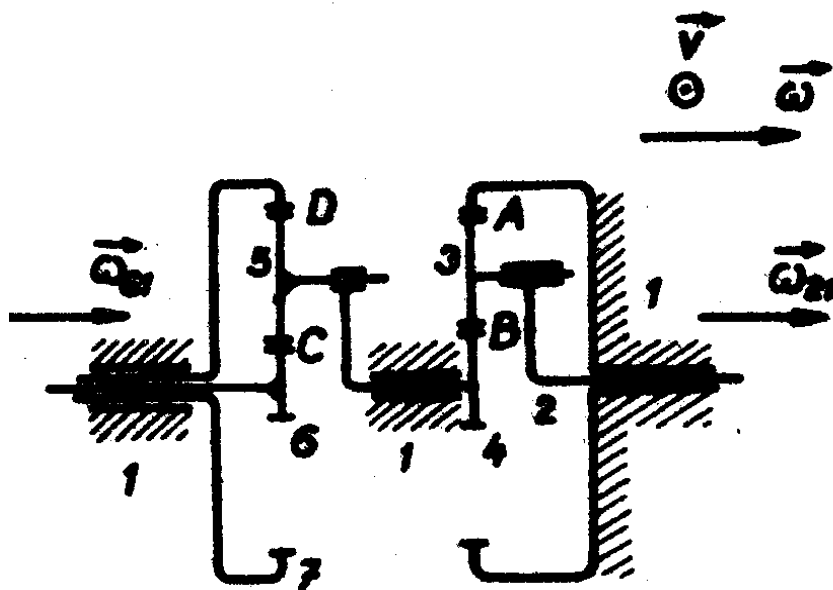
Kola 3 a 3' jsou naklínována na jedné hřídeli, proto musí být  $\omega_{3'4} = \omega_{34}$ . Řešením rovnic (4.18c) a (4.19b) obdržíme

$$\omega_{41} = r_2 \left( r_2 - \frac{r_1}{r_{3'}} r_3 \right)^{-1} \omega_{21} \quad (4.20)$$

Poznámka 1: Pokud velikost některé z vypočítávaných úhlových rychlostí vyjde záporná, znamená to, že skutečná orientace této úhlové rychlosti je opačná než jsme předpokládali tj. musíme její smysl přehodit.

**Příklad 121.**

V diferenciálním mechanismu podle obr. 157 je kolo 1 nehybné, unášec 2 se otáčí úhlovou rychlostí  $\omega_{21}$ , kolo 6 rychlostí  $\omega_{61}$  - obě rychlosti mají stejný smysl. Vypočítejte úhlovou rychlost  $\omega_{71}$  kola 7, jestliže  $r_3 = 10$  cm,  $r_4 = r_5 = 4$  cm,  $r_6 = 8$  cm.



obr. 157

$$0 = \omega_{32} \cdot r_3 + \omega_{21} \cdot r_1, \quad (a)$$

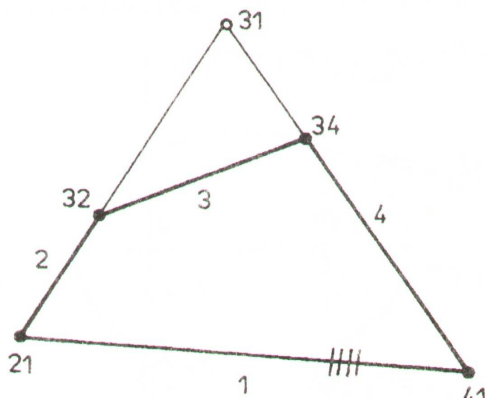
$$\omega_{41} \cdot r_4 = -\omega_{32} \cdot r_3 + \omega_{21} \cdot r_4, \quad (b)$$

$$\omega_{61} \cdot r_6 = -\omega_{54} \cdot r_5 + \omega_{41} \cdot r_6, \quad (c)$$

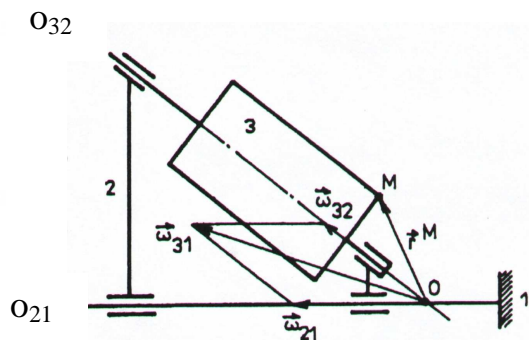
$$\omega_{71} \cdot r_7 = \omega_{61} \cdot r_6 + \omega_{41} \cdot r_7 \quad (d)$$

### Současné rotace kolem různoběžných os

Z obr. 4.8 je zřejmé, že bod  $O$  zůstává stále v klidu. Jedná se tedy o pohyb sférický tělesa 3, který lze chápat jako pohyb složený ze dvou pohybů podle rovnice



Obr. 4.8a



Obr. 4.8b

$$31 = 32 + 21 \quad (4.21a)$$

Hodnotu rychlosti bodu  $M$  v tomto případě můžeme najít podle vztahu (3.25) tj.

$$\mathbf{v}_{31}^M = \boldsymbol{\omega}_{31} \times \mathbf{r}^M \quad (4.21b)$$

kde  $\boldsymbol{\omega}_{31}$  je celková úhlová rychlost tělesa 3. Tato rychlost je rovna vektorovému součtu úhlových rychlostí relativního a unášivého pohybu  $\boldsymbol{\omega}_{31} = \boldsymbol{\omega}_{21} + \boldsymbol{\omega}_{32}$ .

Výsledné úhlové zrychlení tělesa 3 je rovno

$$\mathbf{a}_{31} = \mathbf{a}_{21} + \mathbf{a}_{32} + \mathbf{a}_R \quad (4.22)$$

kde  $\mathbf{a}_R = \boldsymbol{\omega}_{21} \times \boldsymbol{\omega}_{32}$  je úhlové zrychlení Réalovo

**Poznámka:** Úhlové zrychlení tělesa konajícího složený pohyb kolem dvou různoběžných os je tedy různé od nuly i v případě že úhlové frekvence obou složek pohybů jsou veličiny co do velikosti konstantní!

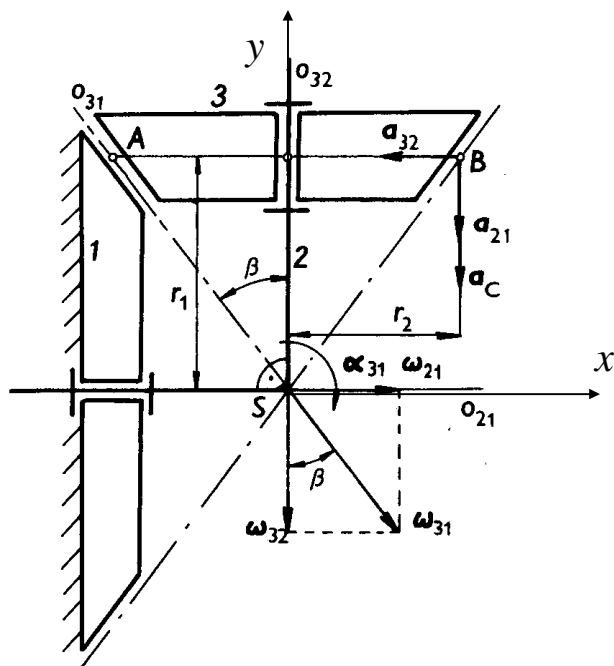
Příkladem technické realizace pohybu složeného ze dvou vzájemně závislých rotačních pohybů s protínajícími se osami rotace jsou *kuželové převody*. Přitom buď obě kola rotují (kuželový převod planetový) nebo jedno kolo se ovaluje po druhém kole které je nehybné (sférický kuželový převod předlohový). Oba případy je přitom vhodné řešit použitím vztahů pro sférický pohyb.

Algoritmus výpočtu rychlosti a zrychlení bodu A tělesa konajícího sférický pohyb se 2 rotačními pohyby:

- 1) Analyzujeme jednotlivé rotace, pokud jsou závislé, najdeme převodní vztah mezi hodnotami úhlových rychlostí  $\omega_1$  a  $\omega_2$  a hodnotami úhlových zrychlení  $\alpha_1$  a  $\alpha_2$

- 2) Zvolíme vhodně globální kartézskou souřadnou soustavu (počátek do nehybného bodu, jedna ze souřadných os shodná s osou základní rotace)
- 3) Ve zvolené souřadné soustavě definujeme vektory  $\omega_1, \omega_2, \alpha_1, \alpha_2$  a polohový vektor  $\mathbf{r}^A$
- 4) Nalezneme  $\omega_v$  pomocí vektorového sčítání, vektor Résalova zrychlení  $\alpha_R$  pomocí vektorového násobení a vektor výsledného zrychlení  $\alpha_v = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_R$
- 5) Dosadíme do vztahů pro rychlost a zrychlení bodu tělesa konajícího sférický pohyb

**Příklad 4.3** Na obr. 4.9 je odvaluje kolo 3 po nehybném kole 1. Úhlová rychlost unašeče 2 je  $\omega_{21}$  je konstantní, úhel  $\beta$  a poloměr  $r_1$  jsou známy. Určete výslednou úhlovou rychlost a výsledné úhlové zrychlení kola 3, rychlost a zrychlení bodu B.



Obr. 4.9

**Řešení:** Úlohu nalezení rychlosti a zrychlení bodu B je vhodné provádět pomocí vektorové reprezentace v kartézském systému se středem v bodě S. Kolo 3 koná složený pohyb který rozložíme pohyb kola 3 podle schématu

$$31=32+21 \quad (a)$$

Pro výslednou úhlovou rychlost  $\omega_{31}$  platí

$$\omega_{31} = \omega_{21} + \omega_{32} \quad (b)$$

Pro bod A kola 3 (který je pólem rychlosti  $P_{31}$ ) platí

$$\mathbf{v}_{31}^A = 0 = \mathbf{v}_{32}^A + \mathbf{v}_{21}^A \quad (c)$$

z:

$$0 = \omega_{21} r_1 + \omega_{32} r_2 \Rightarrow \omega_{32} = -\frac{r_1}{r_2} \omega_{21} \quad (d)$$

Pro vektory úhlových rychlostí tedy můžeme psát

$$\omega_{21} = (\omega_{21}, 0, 0), \omega_{31} = \left(0, -\frac{r_1}{r_2} \omega_{21}, 0\right), \omega_{32} = \left(\omega_{21}, -\frac{r_1}{r_2} \omega_{21}, 0\right) \quad (e)$$

Vlastní výpočet přitom můžeme provést použitím vztahů pro *sférický pohyb*. Sférický pohyb koná kolo 3, neboť bod S jeho hybného prostoru je trvale v klidu. Nositelka výsledné rychlosti musí procházet středem S a pólem rychlosti  $P_{31}$ .

Je-li  $\omega_{21}$  stálá, jsou stále i hodnoty ostatních úhlových rychlostí. Vektor výsledného úhlového zrychlení sférického pohybu kola 3 je tedy dán vztahem

$$\alpha_{31} = \alpha_{32} + \alpha_{21} + \alpha_R = \alpha_R = \omega_{21} \times \omega_{32} = \left(0, 0, -\omega_{21}^2 \frac{r_1}{r_2}\right), \quad (f)$$



Kinematiku bodu  $B$  pak určíme dosazením do vztahů pro *sférický pohyb*

$$\mathbf{v}_{31}^B = \boldsymbol{\omega}_{31} \times \mathbf{r}^B = 2r_1 \omega_{21} \mathbf{k} \quad (\text{g})$$

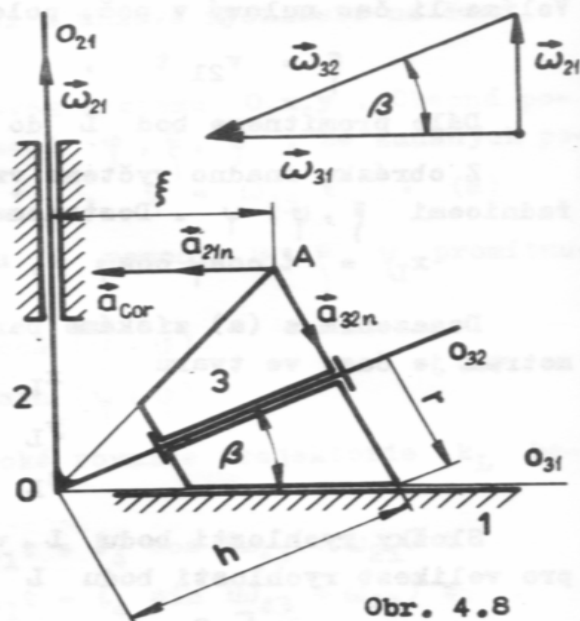
**Příklad 4.8.** Kužel 3 se valí po vodorovné rovině a je unášen unášedčem spojeným s rovnoměrně se otáčejícím hřídelem 2. Určete úhlovou rychlost  $\vec{\omega}_{31}$  i úhlové zrychlení  $\vec{\alpha}_{31}$  a také rychlost i zrychlení bodu A kužele v naznačené poloze.

Dáno:  $\vec{\omega}_{21}$ ,  $r$ ,  $h$ .

**Řešení.** Výsledný pohyb 31 kužele je

$$\alpha_{31} = \omega_{21} \omega_{32} \cos \beta = \omega_{21}^2 \frac{h}{r}$$

Vektor  $\vec{\alpha}_{31}$  je kolmý na rovinu unášedče.



Obr. 4.8

$$a_{32n} = \omega_{32}^2 r, \quad a_{21n} = \omega_{21}^2 h, \quad a_{\text{Cor}} = 2 \omega_{21} \omega_{32} r.$$

Směry jsou v obrázku vyznačeny. Zrychlení  $a_A$  leží v rovině unášedče a jeho velikost je

$$a_A = \omega_{21}^2 \frac{h}{r} \sqrt{\frac{4h^2 r^2 + (r^2 + h^2)^2}{h^2 + r^2}}.$$

$$\mathbf{a}_{31}^B = \boldsymbol{\omega}_{31} \times \mathbf{v}_{31}^B + \alpha_{31} \times \mathbf{r}^B = -r_1 \omega_{21}^2 \mathbf{i} + r_1 \omega_{21}^2 \left( \frac{r_1}{r_2} + 2 \right) \mathbf{j} \quad (\text{h})$$

### Kinematika mechanismů

Počet stupňů volnosti  $n$

$$n=(N-1) i_v - \sum n_k k, \quad (4.24)$$

kde  $N$  je počet členů soustavy včetně rámu,  $i_v$  je počet stupňů volnosti jednoho volného tělesa ( $i_v=3$  pro rovinu,  $i_v=6$  pro prostor),  $n_k$  je počet členů  $k$ -té třídy, člen  $k$ -té třídy odebírání  $k$  stupňů volnosti. V kolika nezávislých směrech (posuvů i rotací) je zabráněno vazbou v pohybu, tolik stupňů volnosti tato vazba odebírání. Z kinematického hlediska je však jednodušší považovat vedení za součást rámu. Pak např. pro klikový mechanismus na obr. 4.12a uvažujeme počet těles včetně rámu  $N=4$ . Je zde jedna posuvná kinematická dvojice a tři rotační, všechny jsou 2. třídy. Dosazením do vztahu (4.24) obdržíme  $n=3(5-1)-2(1+3)=1^0V$ .

### Mechanismy s ozubenými koly

Typickým příkladem mechanismů s konstantními převody jsou mechanismy s ozubenými koly. Při uvolnění v místech záběru ozubených kol je jen jeden neznámý parametr reakce tj. velikost reakční síly, proto *styk ozubením představuje obecnou kinematickou dvojici*. Přitom rozeznáváme *předlohouvé ozubené převody*, kdy osy všech kol jsou spojeny s pevným rámem, jakož i *planetové mechanismy*, kdy některé členy vykonávají složené rotační pohyby tj. jejich osy vzhledem k rámu obíhají.

V případě  $1^0 V$  je jedno ze záběrových kol hnací, ostatní jsou hnána. U předlohouvých mechanismů z rovnosti obvodových rychlostí v místě dotyku nám vychází vztah mezi úhlovými rychlostmi

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{r_2}{r_1} \quad (4.25a)$$

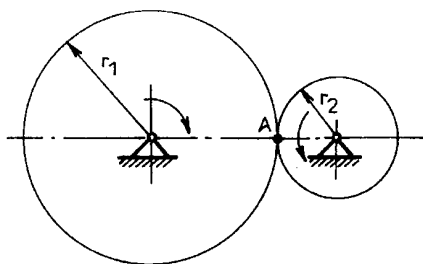
kde při *vnějším záběru* (obr. 4.13a) jsou vektory úhlových rychlostí orientovány opačně (znaménko je  $-$ ) a při *vnitřním záběru* (obr. 4.13b) jsou úhlové rychlosti obou kol orientovány stejně (znaménko je  $+$ ). Počet zubů kol je úměrný poloměrům takže v případě vnějšího záběru více kol platí obecně vztah

$$\frac{\omega_1}{\omega_n} = (-1)^k \frac{r_n}{r_1} = \frac{z_n}{z_1} \quad (4.25b)$$

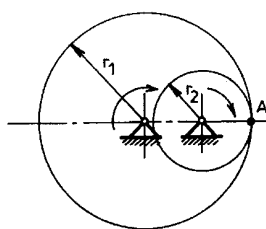
kde  $k$  je počet obecných kinematických dvojic (bodů záběru kol).

$$\text{Poměr} \quad p_{1n} = \frac{\omega_n}{\omega_1} \quad (4.25c)$$

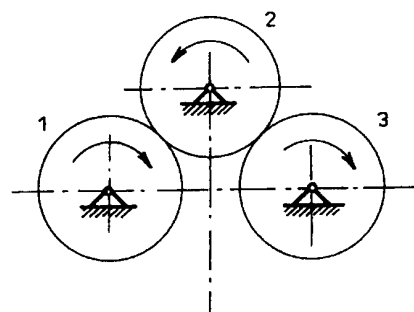
se nazývá *převod*.



Obr. 4.13 a



Obr. 4.13b



Obr. 4.13c

### Rovinné mechanismy

*Rovinné mechanismy* jsou mechanismy, jejichž jednotlivé členy se pohybují v rovinách navzájem rovnoběžných. Rychlosti libovolných bodů jednotlivých členů mechanismu pak zjišťujeme následnými způsoby:

1- řešíme graficky sčítání rychlostí, řešíme plány rychlostí resp. zrychlení pomocí základního rozkladu pro významné body. Aplikujeme věty, tuhosti úsečky, pootočených rychlostech a podobnosti obrazců,

2- od jednoho členu k druhému přecházíme přes společné body tj. klouby. V kloubech také provádíme rozklad složeného pohybu,

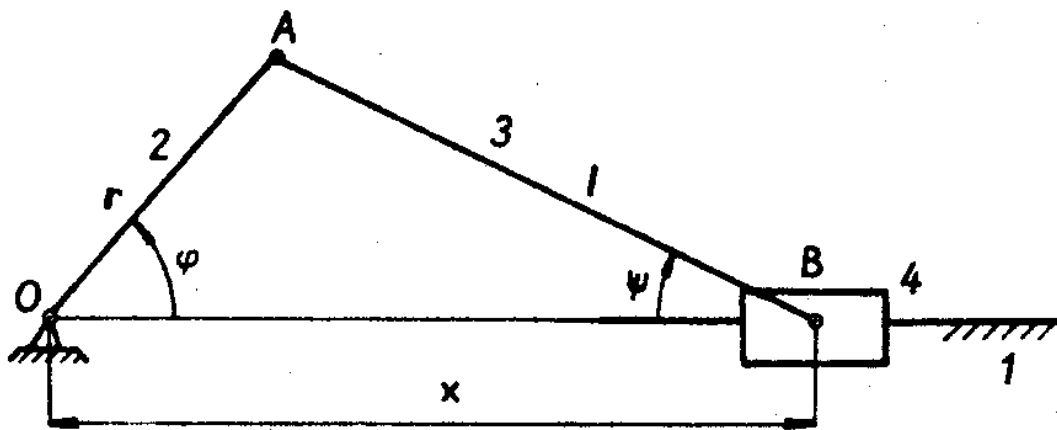
3- zjišťujeme póly rychlostí a aplikujeme věty o zorných úhlech. Póly rychlostí hledáme buď jako průsečík známých normál dvou bodů nebo pomocí věty o třech pólech. Pól absolutního pohybu, pól relativního pohybu a pól unášivého pohybu leží na jedné přímce.

Poznámka 1: Každý člen má svůj pól absolutního pohybu tj. hledáme póly  $P_{21}, P_{21} \dots P_{n1}$ . Nelze použít pól zjištěný pro jeden člen k řešení kinematiky bodů jiného členu.

Poznámka 2 Pro jeden člen mechanismu můžeme provádět rozklad pohybů tj. můžeme pro každý člen také hledat póly podle typu pohybu (absolutní, unášivý, relativní)

Poznámka 3: Při základním rozkladu obecného rovinného pohybu musí oba body příslušet ke stejnému členu a musí se jednat o stejný pohyb. Např. při použití rovnice  $\mathbf{v}_{31}^B = \mathbf{v}_{31}^A + \mathbf{v}_{31}^{BA}$  musí oba body A a B patřit ke členu 3

**Příklad 4.4.** Určete pohyb pístu 4 klikového mechanismu na obr. 4.14. Dále určete polohu, rychlost a zrychlení ojnice 3 téhož mechanismu. Dány jsou délka kliky  $r$ , délka ojnice  $l$  a konstantní úhlová rychlost kliky  $\dot{\varphi} = \omega_{21}$ . Pro poměr  $\lambda = \frac{r}{l}$  předpokládejte  $\lambda \leq \frac{1}{4}$ .



Obr. 4.14

**Řešení:** Poloha hnacího členu 2 je dána úhlem  $\varphi$ , poloha členu 4 je dána souřadnicí  $x$  a poloha ojnice je dána úhlem  $\psi$ . Z trigonometrie trojúhelníku OAB plyne

$$\sin \psi = \frac{r}{l} \sin \varphi. \quad (\text{a})$$

Pro souřadnici  $x$  pak platí

$$x = r \cos \varphi + l \cos \psi \quad (\text{b})$$

Po dosazení z (a) do (b) a úpravě obdržíme zdvihovou závislost

$$x = r \left( \cos \varphi + \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi} \right) \quad (\text{c})$$

Použijeme-li pro  $\sin \varphi$  binární rozvoj

$$\left( 1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi \right)^{\frac{1}{2}} \doteq 1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \varphi \quad (\text{d})$$

Odlehlost smykadla 4 je tedy dána vztahem

$$x = r \left( 1 - \cos \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin^2 \varphi \right) \quad (\text{e})$$

a jeho rychlost

$$v_{41} = \dot{x} = r \left( \sin \varphi + \lambda \sin \varphi \cos \varphi \right) \dot{\varphi} \quad (\text{f})$$

Další derivací podle času po úpravách dostáváme pro zrychlení

$$a_{41} = \dot{\varphi}^2 r (\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi) \quad (\text{g})$$

Proderivováním vztahu (a) podle času a použitím vztahu (d) dostaneme vztah pro úhlovou rychlost a úhlové zrychlení ojnice

$$\omega_{31} = \frac{\lambda \cos \varphi}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}} \dot{\varphi} \quad (\text{h})$$

$$\alpha_{31} = \frac{\lambda(\lambda^2 - 1) \sin \varphi}{(1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}} \dot{\varphi}^2 + \frac{\lambda \cos \varphi}{(1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}}} \ddot{\varphi} \quad (\text{ch})$$

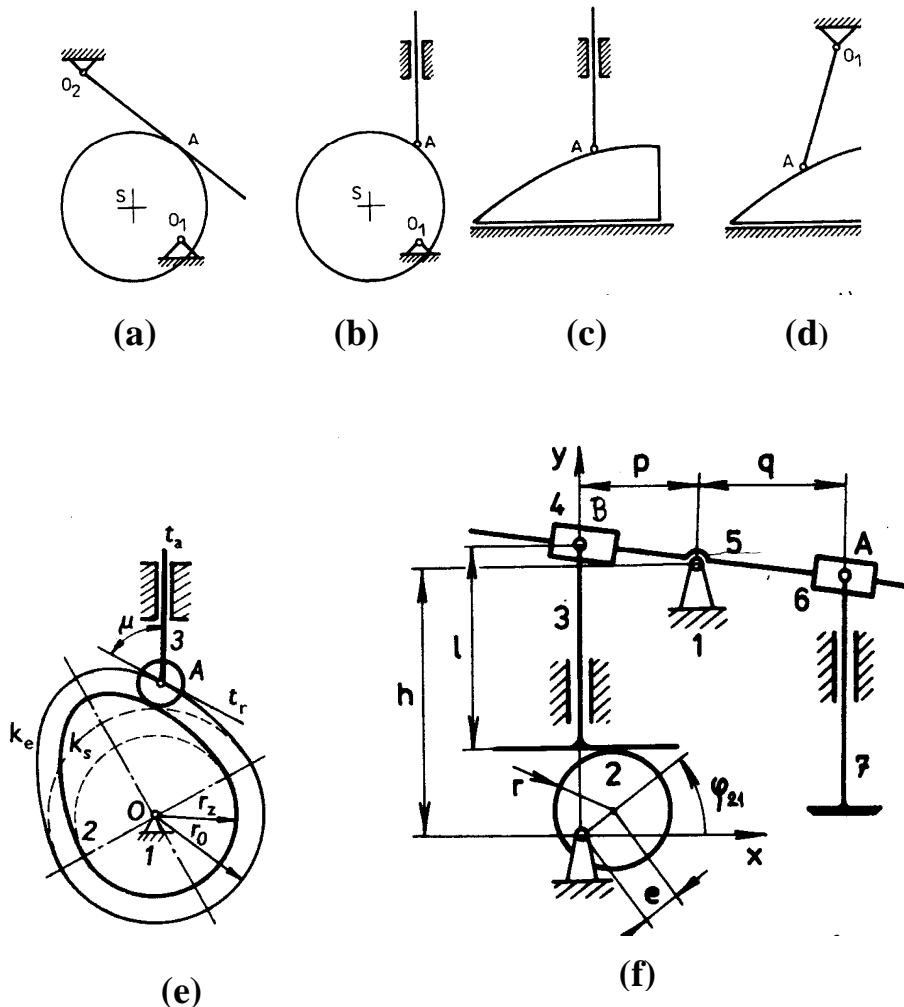
Převod mezi pístem a ojnící je tedy dán vztahem

$$p_{24} = \frac{v_{41}}{\omega_{21}} = r \left( \sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right) \quad (\text{i})$$

### Mechanismy s vačkami

Vačkové mechanismy umožňují transformaci pohybů- např. rotační pohyb na kývavý (obr.4.12a), rotační na posuvný (obr.4.12b), posuvný na posuvný (obr.4.12c), a posuvný na kývavý (obr.4.12d). Z důvodu snížení amortizace kontaktu mezi vačkou a zvedákem (popř. vahadlem) bývají mezi členy vkládány kladečky (viz obr. 4.12e). V tomto případě můžeme z hlediska kinematiky příslušný mechanismus nahradit mechanismem bez kladečky s tím, že místo skutečného obrysu vačky  $k_s$  používáme tzv. teoretický obrys vačky  $k_e$  a v místě středu kladečky umístíme obecnou kinematickou dvojici- viz obr. 4.11e. Teoretický obrys vačky je tedy určen trajektorií středu kladečky při jejím relativním pohybu vzhledem k vačce jako myšlenému rámu (poloměry křivosti původní vačky přitom navýšíme o poloměr kladečky).

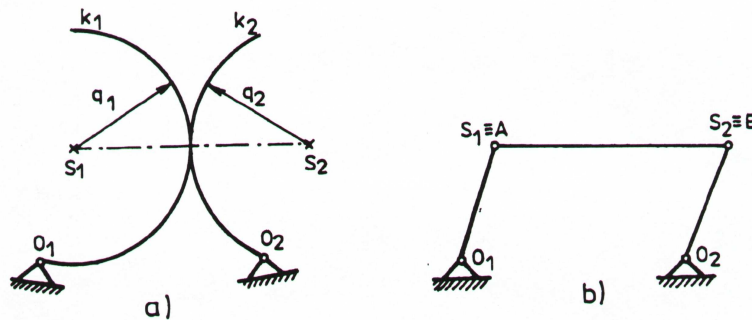
Význam mechanismů s vačkami je v tom, že je možné vytvořit profil vačky tak, aby v bylo dosaženo předepsaných pohybů. Přitom předepisujeme bud' zdvihovou závislost (tj. závislost mezi polohou hnaného a hnacího členu) nebo průběh zrychlení (tj. závislost mezi zrychlením hnaného členu a polohou hnacího členu). Zrychlení totiž určuje průběh dynamických sil (má-li zrychlení skokové změny, mění se skokem dynamické síly, vznikají rázy, vibrace, zvětšuje se hluk a opotřebení).



Obr. 4.16

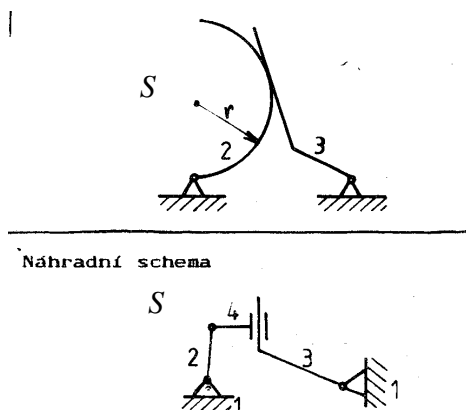
a) Řešíme rozkladem složeného pohybu bodu  $S_2$  (viz obr. 4.16a). Přitom využíváme toho, že trajektorií relativního pohybu středu křivosti  $S_2$  je kružnice kolem středu  $S_1$ . V případě, že v dotykovém bodě je křivost jednoho členu nulová (tj. dotykovým útvarem je hrot) řešení provádíme přímo rozkladem složeného pohybu v dotykovém bodě. Z důvodu snížení amortizace vačky v dotykovém bodě bývá styk realizovaný valivou kinematickou dvojicí (tj. kladečkou odvalující se po obrysu vačky). V tomto případě je možné při kinematickém řešení kladečku myšleně odstranit a uvažovat dotyk zvedáku (popř. vahadla) s *teoretickým obrysem vačky* obecnou kinematickou dvojicí. Teoretický obrys vačky přitom vznikne navýšením původního obrysu o poloměr kladečky-viz obr. 4.16e). V místě dotyku pak provádíme rozklad složeného pohybu s tím, že relativní pohyb má střed křivosti dráhy ve středu křivosti aktuálního teoretického obrysu vačky. Toto řešení je zejména nutné použít pro případy, kdy obrys vačka má rovné úseky takže při náhradě čtyřkloubem by jeden kloub byl totožný s úběžným bodem. Při přítomnosti kladečky uvažujeme dotyk v *teoretickém obrysu vačky*

b) Vytváříme náhradní mechanismy. V tomto případě obecné popř. valivé kinematické dvojice nahrazujeme v *uvažované poloze* myšlenými mechanismy s větším počtem členů.

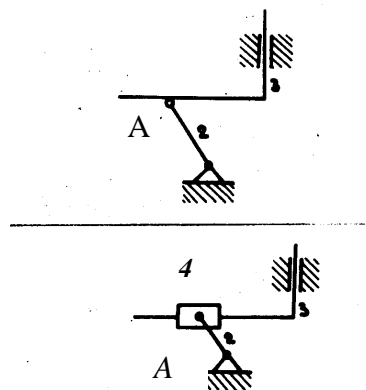


Obr. 4.17

Grafická řešení mechanismů a vytváření náhrad pro vačkové mechanismy jsou podrobně zpracovány ve skriptech [9].

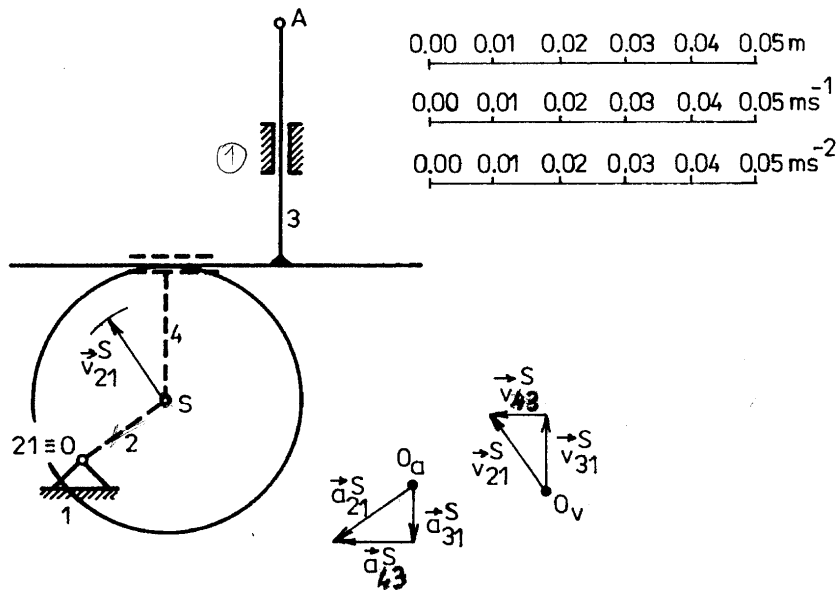


Obr. 4.18a



Obr. 4.18b

**Příklad 4.5.** Určete rychlost a zrychlení plochého zvedáku podle zdvíhaného kruhovou vačkou (obr. 4.20). Je zadána poloha vačky  $\varphi_{21}$ , úhlová rychlost vačky  $\omega_{21}$  je konstantní.



Obr. 4.20

K řešení použijeme náhradní mechanismus. Obecnou kinematickou dvojici nahradíme binárním členem rotace-posuv - na obr. 4.14 vyznačeno čárkovaně. Rychlost bodu  $S$  můžeme rozložit na relativní pohyb  $4 : 3$  a unášivý pohyb  $3 : 1$ . Platí tedy vektorová rovnice

$$\mathbf{v}_{21}^S = \mathbf{v}_{41}^S = \mathbf{v}_{43}^S + \mathbf{v}_{31}^S \quad (a)$$

U vektoru rychlosti  $\mathbf{v}_{21}^S$  známe jak směr tak i velikost  $|\mathbf{v}_{21}^S| = r\omega_{21}$  a můžeme vyřešit plán rychlostí. Unášivý pohyb  $3:1$  je translační, proto rychlost bodu  $A$  je rovna rychlosti bodu  $S$ . Tím je vyřešena rychlost bodu  $A$ .

Podobně pro zrychlení bodu  $S$  platí vektorová rovnice

$$\mathbf{a}_{21}^S = \mathbf{a}_{41}^S = \mathbf{a}_{43}^S + \mathbf{a}_{31}^S \quad (b)$$

Coriolisovo zrychlení nevznikne, protože unášivý pohyb je translační. Protože unášivý pohyb je translační, je zrychlení bodu  $A$  rovno zrychlení bodu  $S$ . Tedy . Tím je vyřešeno zrychlení.

### Kontrolní otázky

- 1) Jak je definovaný sférický pohyb
- 2) Napište vztahy pro rychlost a zrychlení bodů tělesa konajícího sférický pohyb
- 3) Jak vypočítáme velikost celkového zrychlení z točivého a středového zrychlení?
- 4) Co je to rozklad složeného pohybu?
- 5) Co je to unášivý pohyb bodu?
- 6) Čemu je rovna rychlost čepu pístu 3 na obr. 4.1, jestliže je zadána rychlost  $\omega_{21}$  a vzdálenost čepu pístu 3 od stálého středu otáčení  $O_{21}$ ?
- 7) Proč vzniká zrychlení Coriolisovo, jak jej graficky konstruujeme při rovinném pohybu?
- 8) Proč vzniká vír při vtékání kapaliny do výlevky a proč je orientace tohoto víru opačná na severní a jižní polokouli?
- 9) Kdy je mechanismus rovinný