Př $y_1' = -3y_1 + 9y_2$

$y_2' = -y_1 + 3y_2$

$A = y' = \begin{pmatrix} -3 & 9 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

vl. čísla: $\begin{vmatrix} -3-\lambda & 9 \\ -1 & 3-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 9 - 9 = 0$ násobný reálný kořen

$\lambda_{1,2} = 0$

$\lambda_1 = 0 : u_1 = h \cdot e^0 = h$

$\begin{vmatrix} -3 & 9 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = 0$

jak se to dělá?

$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = 0 \longrightarrow$ defekt $= 1 = n -$ hodnost $\Rightarrow$ počet lin. nezávislých vektorů h (řešení SLR), které lze přímo získat

$(2-1)$

$-h_1 + 3h_2 = 0$

v: $h_2 = 1 \Rightarrow h_1 = 3$

$h = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = u_1$

$u_2 = (hx + h^*) e^{\lambda x}$, (defekt 1), kde h je řešení z u_1 a

h^* získáme : $(A - 0E)h^* = h$

$\begin{pmatrix} -3 & 9 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1^* \\ h_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$h_\Delta : \begin{pmatrix} -3 & 9 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1^* \\ h_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

$-3h_1^* + 9h_2^* = 3$

$-h_1^* + 3h_2^* = 1$

$h_1 = 3h_2^* - 1$

v: $h_2^* = 1 \Rightarrow h_1^* = 2 \Rightarrow h^* = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\cancel{u_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}}$

$\rightarrow u_2 = (hx + h^*) e^0$

$u_2 = \begin{pmatrix} 3x + 2 \\ 1x + 1 \end{pmatrix} e^0$

$y = c_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3x + 2 \\ x + 1 \end{pmatrix} c_2$