Př $y' + 2y = e^{2x}$ – LODR1, nehomogenní, konstantní koeficienty, se speciální pravou stranou → metodou neurč. koef.

ex+jednozn: $\Omega = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

① Přidružená homogenní rovnice

$y_h' + 2y_h = 0$

$\frac{dy_h}{dx} = -2y_h$

$dy_h \neq 0: \int \frac{dy_h}{y_h} = \int -2dx$

$\ln|y_h| = -2x + \ln C^* \quad (= \ln e^{-2x} + \ln C^* = \ln(C^* \cdot e^{-2x}))$

$\underline{y_h = C \cdot e^{-2x} \; ; \; C = \mathbb{R}}$

①b Charakteristický polynom

$y_h' + 2y_h = 0$

$\lambda + 2 = 0$

$\lambda_1 = -2 \sim y_1 = e^{-2x}$

$\underline{y_h = C \cdot e^{-2x}}$

② variace konstanty

$y = C(x)\, e^{-2x}$

$y' = C' \cdot e^{-2x} - 2 \cdot C e^{-2x}$ – dosadíme do nehomogenní LODR1

$C' e^{-2x} \underbrace{- 2C e^{-2x} + 2C e^{-2x}}_{=0} = e^{2x}$

$C' = e^{4x}$

$\int dC = \int e^{4x} dx$

$C = \frac{e^{4x}}{4} + D$ – dosadíme

$\underline{\underline{y = De^{-2x} + \frac{e^{2x}}{4}}}$

②b metoda neurčitých koeficientů

$f(x) = e^{2x} \longrightarrow Y = A \cdot e^{2x}$

$\underline{Y' = 2Ae^{2x}}$ – dosadíme do zadání

$2Ae^{2x} + 2Ae^{2x} = e^{2x}$

$4A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{4} \Rightarrow Y = \frac{e^{2x}}{4}$

$y = y_h + Y$

$y = C \cdot e^{-2x} + \frac{e^{2x}}{4}$