Bernoullirova rovnice

$y' + a(x)y = b(x)\cdot y^r$

$r \in \mathbb{R}$: subst. $u = y^{1-r} \rightarrow$ LODR1

$r = 0 \sim$ LODR1 - nehomog

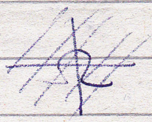
$r = 1 \sim$ LODR1 - homog

Př $\underline{y' + \frac{y}{2} = \frac{x-1}{2} y^3}$ $/\cdot(-2y^{-3})$

$r = 3$

subst: $u = y^{-2}$ $(1-3)$ ...... ($y \neq 0$: $y' \equiv 0$ je řešením)

ex + jedn : $f(x,y) = \frac{-y}{2} + \frac{x-1}{2}\cdot y^3$ $\Omega = \mathbb{R}^2$



$\frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{1}{2} + \frac{3(x-1)}{2} y^2$

$\rightarrow u' = -2y^{-3}\cdot y'$

$y' + \frac{y}{2} = \frac{x-1}{2} y^3$ $/\cdot(-2y)^{-3}$

$-2y^{-3}y' - y^{-2} = 1 - x$

$u' - u = 1 - x$

① Přidružená homogenní rovnice :

$u_h' - u_h = 0$

char. pol. $\lambda - 1 = 0$; $\lambda = 1 \sim u_1 = e^x$

$\underline{u_h = C\cdot e^x}$

② metoda neurčitých koeficientů

$f(x) = 1 - x$: $U_p = Ax + B$ polynom 1. stupně

$\underline{U_p' = A}$ dosadím do nehomog LODR :

$U_p' - U_p = 1 - x$

$A - (Ax + B) = 1 - x$

x^1 : $-A = -1 \Rightarrow A = 1$

x^0 : $A - B = 1 \Rightarrow B = 0$

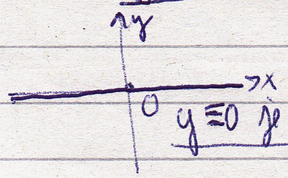
$\underline{U_p = x}$

$\underline{U = U_h + U_p = Ce^x + x}$

zpětná substituce : $y^{-2} = Ce^x + x$

$y^2 = \frac{1}{Ce^x + x}$

$\underline{y = \pm\sqrt{\frac{1}{Ce^x + x}}}$; $C \in \mathbb{R}$



$\underline{y \equiv 0 \text{ je výjimečné řešení}}$