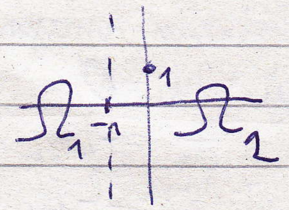
LODR$_1$

$$y' - \frac{2}{x+1}\, y = (x+1)^3 \; ; \quad y(0)=1$$

ex + jednoznač: $y(x_0)=y_0$

$f(x,y) = \frac{2}{x+1}\, y + (x+1)^3 \qquad x \neq -1$

$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2}{x+1}$



① Přidružená homogenní rovnice:

$y_h' - \frac{2}{x+1} y_h = 0$

$\frac{dy_h}{dx} = \frac{2}{x+1} y_h \quad / \cdot \frac{dx}{dy_h} \qquad y_h = 0$

$\int \frac{dy_h}{y_h} = \int \frac{2\,dx}{x+1}$

$\ln|y_h| = 2\ln|x+1| + \ln C^*, \; C^* > 0$

$\ln|y_h| = \ln(C^* \cdot |x+1|^2)$

$|y_h| = C^* (x+1)^2$

$y_h = C^* (x+1)^2, \; C \in \mathbb{R}$

② Met. variace konstanty:

Proměnnou C dále položíme jako f-ci proměnné x:

$C = C(x)$: řešení hledáme ve tvaru

$y = C(x) \cdot (x+1)^2$ - dosadíme do ~~ne~~homogenní rce (původní):

$y' = C'(x+1)^2 + C \cdot 2(x+1)$

$C'(x+1)^2 + \underbrace{C \cdot 2(x+1) - \frac{2}{x+1} C (x+1)^2}_{=0 \text{ protože má } y_1 \text{ lineární}} = (x+1)^3$

$\frac{dC}{dx} = x+1$

$\int dC = \int (x+1)\, dx$

$C = \frac{x^2}{2} + x + D \; ; \; D \in \mathbb{R}$ - dosadíme do

$y = \left(\frac{x^2}{2} + x + D\right)(x+1)^2, \; D \in \mathbb{R}$

$y = \underbrace{D(x+1)^2}_{y_h} + \underbrace{\left(\frac{x^2}{2} + x\right)(x+1)^2}_{y_p}$

$y(0)=1: \; 1 = D + 0$

$y = \left(\frac{x^2}{2} + x + 1\right)(x+1)^2$

partikulární řešení